

Infoblatt

In dieser Stunde arbeiten wir an zwei grundlegenden Kompetenzen, die in Klasse 7 im Mathematik-Unterricht eine wichtige Rolle spielen. Die Streichholzboxen, deren Inhalt anfangs unbekannt ist, stellen einen Weg dar, das Variablenkonzept ein Stück weit anschaulich und „begreifbar“ zu machen. Gleichzeitig bietet diese Stunde einen enaktiven Zugang zum Lösen linearer Gleichungen beziehungsweise ganz allgemein zum „Vereinfachen“ von Gleichungen.

Vorbereitungen für die Stunde:

Streichholzschachteln und Hölzchen finden sich im Mkid Material für dieses Schuljahr. Beschriften Sie jeweils knapp die Hälfte mit einem roten Dreieck bzw. einem blauen Kreis. Es ist geschickt, ein paar Blanko-Boxen übrig zu lassen.

Zu Demonstrationszwecken kann man Gleichungen aus Boxen und Hölzchen in der Stunde unter die Dokumentenkamera legen. Alternativ kann man Magnetklebestreifen auf die Rückseite der Boxen kleben. Dann können die Boxen an die Tafel geheftet werden.

Bereiten Sie für jede Gruppe zum Legen der Anordnungen einen Zettel mit Gleichheitszeichen vor, am besten auf etwas dickerem Papier.

Aufgaben mit Boxen und Hölzchen kennen lernen

Die Aufgaben 1.) bis 3.) auf dem Arbeitsblatt dienen dazu, den Aufgabentyp kennen zu lernen und auf eigenen Wegen Lösungen für die Aufgaben zu finden. Hier sollen die Schülerinnen und Schüler (SuS) nach einer kurzen Besprechung der Regeln zunächst eigenständig nach Lösungen suchen. Es lohnt sich dabei, die Herangehensweisen der einzelnen SuS zu beobachten und eventuell einzelne Methoden oder Probleme bei der anschließenden gemeinsamen Besprechung aufzugreifen.

Die Aufgabe 3.) kann auch zum Abfangen unterschiedlicher Arbeitsgeschwindigkeiten der SuS dienen. Selbst wenn langsamere SuS nur Aufgabe 1.) und 2.) gelöst haben, kann die Besprechung erfolgen.

Zu Aufgabe 2.):

Hier sollte deutlich werden, dass es unendlich viele Lösungen gibt: Zu jeder Zahl von Hölzchen in den roten Dreiecks-Boxen finden man eine passende Hölzchenanzahl in den blauen Kreis-Boxen. Diese Lösungen werden übersichtlich in einer Tabelle dargestellt. Für Aufgabe 2a) zum Beispiel:

Hölzchen in  (x)	3	5	7	9	11	13
Hölzchen in  (y)	1	2	3	4	5	6

Bei der späteren Besprechung eignen sich die Aufgaben 1.) und 2.) dazu, zu thematisieren, dass man häufig die Anordnungen vereinfachen kann, indem man auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens gleiche Änderungen vornimmt. Das bedeutet gleich viele Hölzchen (oder gleich viele gleichartige Boxen) wegzunehmen oder auf beiden Seiten alles zu halbieren. Hier ist wichtig zu betonen, dass bei Letzterem sowohl die Zahl der Hölzchen und der Dreiecks-Boxen als auch der Kreis-Boxen halbiert wird. Damit dieser propädeutische Zugang zum Umformen von Gleichungen möglichst nutzbringend ist, empfiehlt es sich, ausreichend zu betonen, dass stets auf beiden Seiten das Gleiche getan wird.

Zu Aufgabe 3.):

Bei Aufgabe 3a) ergeben sich nur für gerade Anzahlen in den Kreis-Boxen ganzzahlige Lösungen.

Hölzchen in  (x)	1	2	3	4	5	6
Hölzchen in  (y)	-	2	-	5	-	8

Bei selbsterfundenen Aufgaben kann die Problematik nicht ganzzahliger Werte auch auftreten. Daher wird dies in Aufgaben 3c) für die schnellen SuS zum expliziten Thema.

Bei der Besprechung sollte das Problem halber, gedrittelter ... Hölzchen kurz angesprochen und vereinbart werden, dass heute bei den Lösungen nur ganze Hölzchen erlaubt sind.

Übersetzen zwischen Boxenanordnungen und Gleichungen:

Beim Übersetzen zwischen Boxen-Anordnungen und Gleichungen werden die Variablen x und y benutzt. Dabei muss im Unterricht aber nicht von „Variablen“ gesprochen werden. Um ein verbreitetes Missverständnis bei den SuS zu vermeiden, sollte hier deutlich betont werden, dass **x** für die **Anzahl der Hölzchen in den Kreis-Boxen** steht, und nicht für die Kreis-Boxen. Entsprechend steht **y** für die **Anzahl der Hölzchen in den Dreiecks-Boxen**. Diese Zuordnung sollte fest vereinbart und im Verlauf der Stunde nicht vertauscht werden.

Die bereits bearbeiteten Beispiele in Aufgabe 1.) und 2.) bieten sich an, um die Übersetzung von Boxen-Anordnung in Gleichungen an der Tafel zu besprechen.

Die folgenden Aufgaben üben das „Übersetzen“ zwischen Boxenanordnungen und Gleichungen sowie das Vereinfachen und Lösen von Gleichungen.

Lösungen zu Aufgabe 4.), 5.) und 6.):

4a) Gleichung 4

4b) Gleichung 1

4c) Gleichung 2

5a) $2 \cdot y = x$

x	1	2	3	4	5	6
y	-	1	-	2	-	3

5b) $y = 2 \cdot x + 1$

x	1	2	3	4	5	6
y	3	5	7	9	11	13

5c) $y + 1 = 2 \cdot x$

x	1	2	3	4	5	6
y	1	3	5	7	9	11

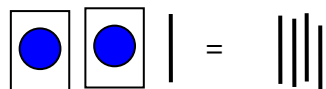
6.) $x = 2; y = 3$ **Weitere Aufgaben und Erweiterungsmöglichkeiten:**

Diese Stunde kann einfach durch weitere Aufgaben ausgebaut werden und die Streichholzschachtel-methode könnte auch in einer weiteren Mkid-Stunde erneut aufgegriffen werden. Das ist interessant, wenn Bedarf besteht, das Variablenkonzept weiter zu üben, oder im Zusammenhang mit linearen Funktionen. Aufgaben mit Streichholzschachteln können auch spontan am Stundenende an der Tafel gestellt werden oder in verschiedene Mathematik-Spiele integriert werden.

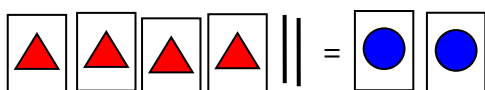
Regeln für Streichholzboxen und Hölzchen

- Es gibt zwei Sorten von Boxen: solche mit rotem Dreieck und solche mit blauem Kreis.
- In Boxen der gleichen Sorte sind jeweils gleich viele Hölzchen enthalten.
- Auf jeder Seite des Gleichheitszeichens sind gleich viele Hölzchen.

1.) Lege aus leeren Boxen und aus Hölzchen die Anordnung.
Fülle dann die Boxen entsprechend der Regeln.



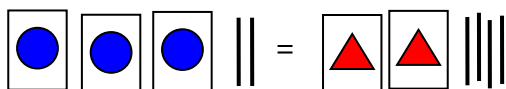
2a) Lege aus leeren Boxen und Hölzchen die folgende Anordnung. Wie viele Hölzchen können in den Dreiecks-Boxen und den Kreis-Boxen jeweils sein?



Es gibt verschiedene Möglichkeiten, versuche mehrere zu finden.

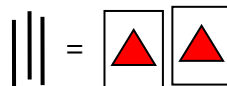
2b) Versuche zu beschreiben, wie man alle Möglichkeiten erhalten kann.

3a) Wie viele Hölzchen können nun in den Dreiecks-Boxen und den Kreis-Boxen sein?

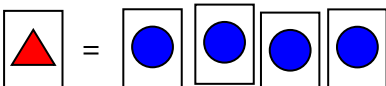


3b) Stellt euch selbst Aufgaben und versucht Lösungen zu finden.

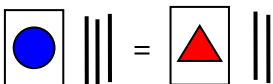
3c) Was ist das Problem bei dieser Aufgabe?
Sind ähnliche Probleme auch bei euren selbst
gestellten Aufgaben aufgetreten?



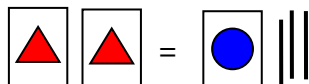
4.) Ordne den folgenden Anordnungen die passenden Gleichungen zu. Dabei steht in den Gleichungen x für die **Anzahl der Hölzchen in den Kreis-Boxen** und y für die **Anzahl in den Dreiecks-Boxen**.

4a) 

Gleichung 1: $x + 3 = y + 2$

4b) 

Gleichung 2: $2 \cdot y = x + 3$

4c) 

Gleichung 3: $y + 2 = 3 \cdot x$

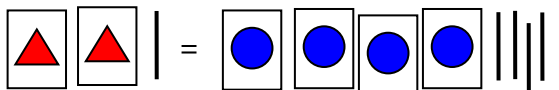
Gleichung 4: $y = 4 \cdot x$

Zeichne zu der übrig gebliebenen Gleichung die Anordnung.

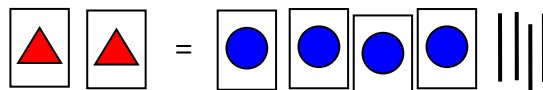
5.) Zeichne zu der Gleichung die Boxen-Anordnung. Lege die Boxen-Anordnung und vereinfache sie, falls das möglich ist. Suche dann Lösungen zum Befüllen der Boxen mit Hölzchen und notiere die Lösungen in einer Tabelle.

Beispiel: $2 \cdot y + 1 = 4 \cdot x + 5$

Gleichung zeichnen (und legen)



Vereinfachung 1:
auf beiden Seiten 1 Hölzchen
wegnehmen



Vereinfachung 2:
Anzahl auf beiden Seiten halbieren

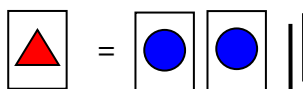


Tabelle mit Lösungen:

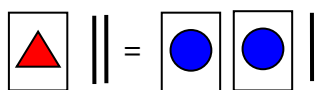
x	1	2	3	4	5	6	...
y	4	6	8	10	12	14	...

5a) $4 \cdot y = 2 \cdot x$

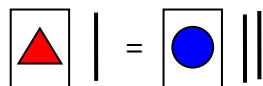
5b) $y + 3 = 2 \cdot x + 4$

5c) $2 \cdot y + 6 = 4 \cdot x + 4$

6.) Diesmal sollen zwei Gleichungen mit Boxen gleichzeitig befüllt sein. Lege die Situation und finde heraus, wie viele Hölzchen in die Kreis-Boxen beziehungsweise in die Dreiecks-Boxen gehören.



und gleichzeitig



7.) Erfindet selbst Aufgaben und stellt sie euch gegenseitig.

Verlaufsplan

SuS ... Schülerinnen und Schüler L ... Lehrerin bzw. Lehrer

EA ... Einzelarbeit PA ... Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit UG ... Unterrichtsgespräch

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Phase / Zeit	L / SuS	Medien
1. Einstieg UG 5 min	L zeigt eine Aufgabe (z.B. Aufgabe 2a) mit Streichholzboxen und Hölzchen und erklärt die Regeln. Die SuS werden aufgefordert, in den Aufgabe 1.) bis 3.) herauszufinden, wie viele Hölzchen jeweils in den Boxen sein können.	Tafel oder Dokumentenkamera Boxen und Hölzchen
2. Entdecken, Üben PA 15 min	SuS bearbeiten die Aufgaben 1.) bis 3.). L lobt, beobachtet und gibt ggf. wohldosierte Hilfen.	Arbeitsblatt Boxen und Hölzchen
3. Erarbeitung UG 15 min	Besprechen der Lösungen L führt bei Aufgabe 2.) eine Tabelle ein, um die Lösungen übersichtlich darzustellen. Vereinfachen: L legt die Anordnungen aus Aufgabe 1.) und 2.) und fragt, ob man diese „Gleichungen“ vereinfachen kann. L lenkt, falls nötig, auf das Entfernen oder das „Halbieren“ von Hölzchen. In Gleichungen übersetzen: L führt die Variablen x bzw. y als Abkürzung für Anzahlen von Hölzchen in den Boxen ein und übersetzt mit den SuS die Anordnungen aus den Aufgaben 1.) bis 3.) in Gleichungen. L ergänzt in den Tabellen an der Tafel x und y.	Tafel und Heft Boxen und Hölzchen
4. Üben EA / PA 15 min	SuS bearbeiten Aufgaben 4.) bis 7.). L lobt, beobachtet und gibt Hilfen.	Arbeitsblatt Boxen und Hölzchen
5. Besprechung und Reflexion UG 10 min	Besprechung der Lösungen Reflexion: L: <i>Was war bei Aufgaben 1.) und 6.) anders als bei den anderen Aufgaben?</i> → Anzahl der Lösungen L: <i>Welche Kniffe haben heute geholfen, Lösungen zu finden?</i> → Vereinfachen der Gleichungen, (geschicktes) Ausprobieren	Tafel Boxen und Hölzchen