

## Quadratwurzeln

Die **Quadratwurzel aus a** (mathematisch:  $\sqrt{a}$ ) ist diejenige nichtnegative Zahl, die mit sich selbst multipliziert wieder a ergibt.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$$

Die Zahl **a**, der **Radikand**, darf nicht negativ sein, da die Multiplikation zweier negativer Zahlen niemals ein negatives Ergebnis liefert.

–  $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} = 9 \rightarrow \sqrt{9} = 3$ , da  $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$        $\sqrt{-16} \rightarrow$  keine Lösung

Beachte, dass die Gleichung  $x^2 = y$  zwei Lösungen hat:  $x_1 = \sqrt{y}$ ;  $x_2 = -\sqrt{y}$ .

–  $x^2 = 25 \rightarrow x_1 = 5$ , da  $5^2 = 5 \cdot 5 = 25$ ;  $x_2 = -5$ , da  $(-5)^2 = -5 \cdot (-5) = 25$

Während Wurzeln aus Quadratzahlen natürliche Zahlen sind, können Wurzeln aus anderen Zahlen rational oder irrational sein.

–  $\sqrt{144} = 12$        $\sqrt{81} = 9$       aber:  $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$        $\sqrt{2} = 1,41421\dots$

Um eine Wurzel anstatt mit dem Taschenrechner per Hand zu berechnen, kannst du z.B. das Intervallhalbierungsverfahren verwenden.

– Wir berechnen  $\sqrt{32}$  auf zwei Stellen nach dem Komma.

Als erstes Intervall legen wir  $[5; 6]$  fest, da  $5^2 = 25$  und  $6^2 = 36$ , der Wert von  $\sqrt{32}$  also zwischen 5 und 6 liegen muss.

Nun halbieren wir das Intervall und berechnen das Quadrat der Intervallmitte:  $5,5^2 = 30,25$ .

Da dieser Wert kleiner als 32 ist, muss  $\sqrt{32}$  folglich in der oberen Intervallhälfte bzw. in  $]5,5; 6[$  liegen.

Das neue Intervall halbieren wir wiederum und erhalten  $5,75^2 = 33,0625$ .

Diesen Vorgang setzen wir so lange fort, bis die gewünschte Genauigkeit erreicht ist.

$]5,5; 5,75[ \rightarrow 5,625^2 = 31,641\dots$

$]5,625; 5,75[ \rightarrow 5,6875^2 = 32,348\dots$

$]5,625; 5,6875[ \rightarrow 5,65625^2 = 31,993\dots$

Hier können wir abbrechen und unser Ergebnis formulieren:  $\sqrt{32} \approx 5,66$

• **Aufgabe 1:** Gib die Definitionsmengen der Terme an.

a)  $\sqrt{x}$ ; D = \_\_\_\_\_

b)  $\sqrt{x^2 + 9}$ ; D = \_\_\_\_\_

c)  $\sqrt{-x}$ ; D = \_\_\_\_\_

d)  $\sqrt{x^2 - 121}$ ; D = \_\_\_\_\_

• **Aufgabe 2:** Die wichtigsten Quadratzahlen sollte man im Kopf haben. Hier kannst du dich testen.

$17^2 =$ _____	$9^2 =$ _____	$22^2 =$ _____	$11^2 =$ _____	$5^2 =$ _____
$1^2 =$ _____	$13^2 =$ _____	$25^2 =$ _____	$7^2 =$ _____	$16^2 =$ _____
$20^2 =$ _____	$4^2 =$ _____	$23^2 =$ _____	$2^2 =$ _____	$10^2 =$ _____
$19^2 =$ _____	$21^2 =$ _____	$8^2 =$ _____	$15^2 =$ _____	$6^2 =$ _____
$24^2 =$ _____	$14^2 =$ _____	$3^2 =$ _____	$18^2 =$ _____	$12^2 =$ _____

• **Aufgabe 3:** Berechne die Wurzel mit Hilfe des Intervallhalbierungsverfahrens auf zwei Stellen hinter dem Komma. Benutze der Effizienz halber zur Berechnung der Quadrate und der Intervallmitten den Taschenrechner.

a)  $\sqrt{28}$

15; 6[ →  $5,5^2 = 30,25$

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→  $\sqrt{28} \approx$  \_\_\_\_\_

b)  $\sqrt{355}$

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→ \_\_\_\_\_

→  $\sqrt{355} \approx$  \_\_\_\_\_

- **Aufgabe 4:** Sitzen die Quadratzahlen? Ergänze die Lücken. Es kommen die Zahlen von 1 bis 25 und ihre Quadrate je einmal vor.

$$\begin{array}{cccccc} \underline{\quad}^2 = \underline{1} & \underline{2}^2 = \underline{0} & \underline{7}^2 = \underline{\quad} & \underline{\quad}^2 = \underline{7} & \underline{\quad}^2 = \underline{9} & \\ \underline{2}^2 = \underline{8} & \underline{6}^2 = \underline{\quad} & \underline{2}^2 = \underline{\quad} & \underline{3}^2 = \underline{6} & \underline{\quad}^2 = \underline{8} & \\ \underline{8}^2 = \underline{\quad} & \underline{5}^2 = \underline{\quad} & \underline{\quad}^2 = \underline{6} & \underline{\quad}^2 = \underline{9} & \underline{\quad}^2 = \underline{1} & \\ \underline{\quad}^2 = \underline{3} & \underline{7}^2 = \underline{\quad} & \underline{1}^2 = \underline{0} & \underline{\quad}^2 = \underline{4} & \underline{2}^2 = \underline{\quad} & \underline{9} & \\ \underline{1}^2 = \underline{2} & \underline{\quad}^2 = \underline{1} & \underline{1}^2 = \underline{4} & \underline{9}^2 = \underline{\quad} & \underline{1}^2 = \underline{\quad} & \underline{5} & \end{array}$$

- **Aufgabe 5:** Ergänze die fehlenden Zahlen.

a)  $\sqrt{576} = \underline{\quad}$ , da  $24^2 = \underline{\quad}$       b)  $\sqrt{\underline{\quad}} = \underline{\quad}$ , da  $17^2 = \underline{\quad}$   
 c)  $\sqrt{\underline{\quad}} = \underline{\quad}$ , da  $\underline{\quad} = 256$       d)  $\sqrt{64} = \underline{\quad}$ , da  $\underline{\quad} = \underline{\quad}$

- **Aufgabe 6:** Gib die Lösungsmenge L an.

a)  $x^2 = 81$ ; L =  $\underline{\quad}$       b)  $5x^2 = -25$ ; L =  $\underline{\quad}$   
 c)  $\sqrt{4x} = 22$ ; L =  $\underline{\quad}$       d)  $x^2 = 0$ ; L =  $\underline{\quad}$   
 e)  $\sqrt{x} = -19$ ; L =  $\underline{\quad}$       f)  $x^2 = 14,5^2$ ; L =  $\underline{\quad}$   
 g)  $2x^2 - 98 = 0$ ; L =  $\underline{\quad}$       h)  $x^2 + \sqrt{225} = 0$ ; L =  $\underline{\quad}$

- **Aufgabe 7:** Ein Quadrat hat einen Flächeninhalt von  $A = 196 \text{ cm}^2$ . Wie groß ist seine Seitenlänge?

Antwort:  $\underline{\quad}$

- **Aufgabe 8:** Die Oberfläche eines Würfels beträgt  $96 \text{ cm}^2$ . Welches Volumen hat der Würfel?

Antwort:  $\underline{\quad}$