

Didaktischer Kommentar

Viele Schülerinnen und Schüler (SuS) können den Wert von Termen zwar „automatisiert“ berechnen, haben aber kein Verständnis für den Aufbau von Termen. Auch den Sinn von Variablen erfassen viele nicht. Hier setzt diese Stunde an – sie sollte also eher zu Beginn des Mkid-Kurses unterrichtet werden.

Um zu verdeutlichen, dass Terme durchaus auch Alltagsbezug haben können, dient die Modellierung einer realen Situation (Kosten für eine Exkursion in die Experimenta) als Ausgangspunkt. Dabei sind auf dem Arbeitsblatt 1 nicht alle notwendigen Informationen angegeben – fehlende Informationen sollen geschätzt oder mit dem Smartphone recherchiert werden. In der Regel rechnen SuS bei derartigen Aufgaben schrittweise, da sich viele vor dem Aufstellen komplexerer Terme scheuen. Hier wird nun auch die Darstellung der Rechnung in einem einzigen Term „erzungen“.

Bei der anschließenden Besprechung soll zunächst argumentiert werden, welche Terme die Sachlage überhaupt korrekt beschreiben. Die Fragen „Was ist gleich?“ und „Was ist unterschiedlich“ führen zur Betrachtung der Unterschiede und letztlich zu folgenden Erkenntnissen:

- Terme mit unterschiedlichen Zahlen (aber mit gleicher Termstruktur) entstehen durch unterschiedliche Schätzwerte bei den fehlenden Angaben.
- Unterschiedliche Rechenwege führen zu Termen mit unterschiedlichen Termstrukturen. Diese sind äquivalent, können also durch zulässige Termumformungen ineinander überführt werden.

Das vertiefende Arbeitsblatt 2 (Thema: Veränderungen der Situation – Veränderungen im Term) schärft den Blick für den Aufbau von Termen und stellt gleichzeitig eine geschickte Überleitung zur Leitfrage „Warum sind Terme cool?“ dar: Rechnungen mit Termen ermöglichen eine hohe Flexibilität. Veränderte Situationen erfordern lediglich den Austausch einer Zahl im Term und können somit viel schneller erfasst werden als bei einer schrittweisen Rechnung. Zudem ermöglichen Terme eine schnelle mathematische Beschreibung vieler unterschiedlicher Situationen. Die Hinführung zu Variablen durch die Frage „Wie sieht der Term für x-beliebig viele Personen aus?“ sollte kein Problem darstellen, da Variablen bereits in Klasse 5/6 gelegentlich (propädeutisch) auftauchen.

Das Arbeitsblatt 3 (Thema: Term – Situation – Beschreibung) erfordert eine genaue Betrachtung der Termstruktur. Dadurch dass immer die Zahl 8 und die Variable x vorkommen, muss bei den Situationen genau analysiert werden, was fix und was variabel ist. Aus Zeitgründen erfolgt hier keine ausführliche gemeinsame Besprechung. Allerdings sollte in der anschließenden kurzen Plenumsphase herausgearbeitet werden, dass die Variable immer eine Anzahl beschreibt (z.B. $x = \underline{\text{Anzahl}}$ der Kinder). Viele SuS neigen nämlich dazu, den Variablen Objekte zuzuordnen (z.B. $x = \text{Kinder}$), was beispielsweise bei Termen der Form $3x \cdot 4y$ zu Problemen führt.

Den Abschluss bildet eine kurze Reflexionsphase. Die SuS sollen in einer SMS prägnant formulieren, weshalb Terme und Variablen cool sind (Arbeitsblatt 4).

In 90-Minuten-Stunden kann mehr Zeit für die Arbeitsblätter 2 und 3 und für die Plenumsphasen verwandt werden. Zudem kann das Arbeitsblatt 5 (Thema: Terme mit Variablen) bearbeitet werden. Letzteres enthält in Aufgabenteil d) bereits eine lineare Gleichung, welche die SuS durch „scharfes Hinschauen“ oder durch Rückwärtsrechnen lösen können.

Quelle:

Blomberg, J. & Marxer, M. (2017), Wie aus Zahlen Variablen werden, *Mathematik lehren* 202, 14 – 19.
Blomberg, J. (2017), Warum sind Terme so cool?, *Mathematik* 41 (Friedrich Verlag), 24 – 25.

Exkursion in die Experimenta

Die Klasse 7b (28 Schülerinnen und Schüler) möchte die Experimenta* in Heilbronn besuchen und dort an einem Workshop zum Thema „Roboter“ teilnehmen.

(*Die Experimenta ist eine Technik- und Science-Ausstellung mit vielen Möglichkeiten zum Ausprobieren und Mitmachen.)

Berechnet in eurer Gruppe, wie teuer dieser Ausflug für jede mitfahrende Person wird. Denkt auch daran, dass jeder auch etwas Geld für Verpflegung benötigt.

Folgende Informationen helfen euch dabei:

- Eintritt Experimenta: 3 € pro Person
- Workshop: 100 € pro Klasse
- Preiskalkulation eines Busunternehmers (57er-Bus):
 - Gefahrene Strecke: 1,50 € pro km
 - Reisezeit (Fahr- und Standzeit): 25 € pro Stunde.



Hier ist Platz für eure Überlegungen und eure Rechnung:

Schreibt eure Rechnung in einem einzigen Term auf und bestimmt den Wert des Terms:

Term:

Wert:

(Bild zur Wiederverwendung gekennzeichnet: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Experimenta_Heilbronn_Tafel.png)

Aufgabe:

Lea hat für die Kosten der Exkursion folgenden Term aufgestellt:

Term:

$$(4 \cdot 25 + 80 \cdot 1,5 + 100 + 28 \cdot 1) : 28$$

Wert des Terms:

$$14,43 \text{ [€]}$$

Beschreibe für jede Zahl in Leas Term, was sie bedeutet.

Lea ändert die 100 € in dem Term auf 80 €. Was könnte passiert sein?

Das Busunternehmen erhöht aufgrund steigender Benzinpreise die Kosten pro gefahrenem Kilometer auf 2,00 €. Dafür sinkt der Preis pro Stunde auf 23,00 €.

Stelle den veränderten Term auf und berechne die Kosten pro Person.

Wie verändern sich die Kosten pro Person, wenn die Parallelklasse (24 Personen) mitfährt und am gleichen Workshop teilnimmt? Stelle zunächst den veränderten Term auf.

Für Schnelle:

Beim Workshop besteht die Möglichkeit, in 4er-Gruppen einen Roboter zu bauen. Dafür fallen Materialkosten in Höhe von 12 € pro Gruppe an. Die Klasse 7b beschließt, die Roboter zu bauen. Stelle einen Term für die Kosten auf und berechne, wie viel die einzelnen Schülerinnen und Schüler dann bezahlen müssen.

Aufgabe:

a) Klebe die Situationskärtchen in die passenden Felder ein und fülle die restliche Tabelle aus.

Für Schnelle:

b) Bei welchen Termen wird der Termwert größer, wenn x größer wird? – Markiere diese grün.

Bei welchen Termen wird der Termwert kleiner, wenn x größer wird? – Markiere diese rot.

c) Erfinde für jeden Term eine weitere Situation.

	Term	Situation	a) Wofür steht x? b) Was berechnet der Term?	Beschreibung in Worten
1.	$x + 8$			
2.	$8 - x$			
3.	$x - 8$			
4.	$8 : x$			
5.	$x : 8$			
6.	$8 + x \cdot 2$	Der Eintritt in ein Museum kostet pro Kind 2 €. Zusätzlich muss die Begleitperson 8 € bezahlen.	a) x ... Anzahl der Kinder b) berechnet Gesamthöhe des Eintrittsgeldes	Multipliziere eine beliebige Zahl mit 2 und addiere zum Ergebnis 8.
7.	$(8 + x) \cdot 2$			

Von den Einnahmen bei einem Flohmarkt müssen immer 8 € Standgebühr bezahlt werden.

In der Reitgruppe sind 8 Kinder angemeldet. Es fehlen aber immer unterschiedlich viele Kinder.

Maya verdient bei der Nachhilfe 8 € pro Stunde und bekommt noch unterschiedlich viel Trinkgeld.

Bei einem Fest werden 8 Pizzen an die anwesenden Gäste verteilt.

Lilly kauft in der ersten Ferienwoche ein Comicheft für 8 € und noch Süßigkeiten. In der zweiten Ferienwoche kauft sie genau dasselbe nochmal.

Opa Ludwig hat mit seinen 7 Kumpels eine Lotto-Tippgemeinschaft. Gewinne werden immer gerecht aufgeteilt.

Lösungen der Aufgabe:

a) Klebe die Situationskärtchen in die passenden Felder ein und fülle die restliche Tabelle aus.

Für Schnelle:

b) Bei welchen Termen wird der Termwert größer, wenn x größer wird? – Markiere diese grün.

Bei welchen Termen wird der Termwert kleiner, wenn x größer wird? – Markiere diese rot.

c) Erfinde für jeden Term eine weitere Situation.

	Term	Situation	a) Wofür steht x? b) Was berechnet der Term?	Beschreibung in Worten
1.	$x + 8$	Maya verdient bei der Nachhilfe 8 € pro Stunde und bekommt noch unterschiedlich viel Trinkgeld.	a) x ... Höhe des Trinkgeldes b) berechnet Gesamthöhe ihres Nachhilfeverdiensts pro Stunde	Addiere 8 zu einer beliebigen Zahl.
2.	$8 - x$	In der Reitgruppe sind 8 Kinder angemeldet. Es fehlen aber immer unterschiedlich viele Kinder.	a) x ... Anzahl der fehlenden Kinder b) berechnet die Anzahl der anwesenden Kinder	Subtrahiere von 8 eine beliebige Zahl.
3.	$x - 8$	Von den Einnahmen bei einem Flohmarkt müssen immer 8 € Standgebühr bezahlt werden.	a) x ... Höhe der Einnahmen b) berechnet die Höhe des Gewinns	Subtrahiere 8 von einer beliebigen Zahl.
4.	$8 : x$	Bei einem Fest werden 8 Pizzen an die anwesenden Gäste verteilt.	a) x ... Anzahl der Gäste b) berechnet Anzahl der Pizzen, die jeder Gast bekommt	Dividiere 8 durch eine beliebige Zahl. Achtung: Da man nicht durch 0 dividieren darf, darf 0 nicht für x eingesetzt werden!
5.	$x : 8$	Opa Ludwig hat mit seinen 7 Kumpels eine Lotto-Tippgemeinschaft. Gewinne werden immer gerecht aufgeteilt.	a) x ... Höhe des Gewinns b) berechnet Höhe des Gewinns, den Opa Ludwig und jeder Kumpel bekommen	Dividiere eine beliebige Zahl durch 8.
6.	$8 + x \cdot 2$	Der Eintritt in ein Museum kostet pro Kind 2 €. Zusätzlich muss die Begleitperson 8 € bezahlen.	a) x ... Anzahl der Kinder b) berechnet Gesamthöhe des Eintrittsgeldes	Multipliziere eine beliebige Zahl mit 2 und addiere zum Ergebnis 8.
7.	$(8 + x) \cdot 2$	Lilly kauft in der ersten Ferienwoche ein Comicheft für 8 € und Süßigkeiten. In der zweiten Ferienwoche kauft sie genau dasselbe nochmal.	a) x ... Höhe der Ausgaben für Süßigkeiten (in einer Woche) b) berechnet Gesamthöhe der Ausgaben in den beiden Ferienwochen	Addiere eine beliebige Zahl zu 8 und multipliziere das Ergebnis mit 2.

SMS:

Warum sind Terme und Variablen so cool?

SMS:

Warum sind Terme und Variablen so cool?

SMS:

Warum sind Terme und Variablen so cool?

Aufgabe:

a) Die drei Situationen unten sollen mit Hilfe eines Terms dargestellt werden, der so aufgebaut ist:

$$(\square - \square) : \square$$

Trage in deinem Heft zu jeder Situation die gegebenen Zahlen und die Variable passend in die Kästchen ein.

x	14	90
----------	-----------	-----------

Einmal im Monat treffen sich Lene und ihre Freundinnen montags zum Bowlen. Die Bahn kostet für 3 Stunden 90 €.
An Montagen gibt es einen Rabatt von 14 €.

Mit welchem Term kann man berechnen, wie viel jede bezahlen muss, wenn immer unterschiedlich viele Mädchen mitbowlen?

Die 14 Pflegekräfte in einem Pflegeheim öffnen einmal im Monat die gemeinsame Trinkgeldkasse. Von dem darin enthaltenen Geld legen sie 90 € für den gemeinsamen Jahresausflug zurück. Der Rest wird gleichmäßig an alle verteilt.

Mit welchem Term kann man berechnen, wie viel jede Pflegekraft erhält, wenn das Trinkgeld in jedem Monat unterschiedlich hoch ist?

Eine Cafeteria stellt täglich 90 kg Obstsalat her. Der Obstsalat, der am Ende des Tages noch übrig ist, wird gleichmäßig an die 14 Servicekräfte verteilt.

Mit welchem Term kann man berechnen, wie viel jede Servicekraft erhält, wenn von Tag zu Tag unterschiedlich viel Obstsalat verkauft wird?

b) Erfinde ähnliche Beispiele wie in a) für diesen Term:

$$(\square - \square) \cdot \square$$

Wähle dazu auch geeignete Zahlen aus.

c) Berechne, wie viel Obstsalat jede Servicekraft im Beispiel in Aufgabe a) (rechte Seite) bekommt, wenn 75 kg (80 kg, 85 kg) Obstsalat verkauft werden. Runde sinnvoll!

d) An einem Tag kann jede Servicekraft 1,5 kg Obstsalat mit nach Hause nehmen. Berechne, wie viel Obstsalat an diesem Tag verkauft wurde. Beschreibe, wie du beim Lösen der Aufgabe vorgehst.

Verlaufsplan

SuS ... Schülerinnen und Schüler L ... Lehrerin bzw. Lehrer

EA ... Einzelarbeit PA ... Partnerinnen- bzw. Partnerarbeit GA ... Gruppenarbeit

FEU ... fragendentwickelnder Unterricht

Die Zeitangaben dienen nur zur groben Orientierung!

Je nach zur Verfügung stehender Zeit bzw. Unterrichtsverlauf 5. – 7. Phase kurzhalten oder weglassen.

Phase / Zeit	L / SuS	Medien
1. Einstieg und Erarbeitung 1 GA 15 Min.	L: <i>Wer von euch kennt die Experimenta? Wer war bereits dort?</i> SuS bearbeiten in Gruppen (3er – 4er Gruppen) das Arbeitsblatt 1 „Exkursion in die Experimenta“.	Arbeitsblatt 1
2. Ergebnis 1 FEU 12 Min.	SuS schreiben ihre Terme an die Tafel und erläutern ihren Rechenweg. z.B.: $(5 \cdot 25 + 90 \cdot 1,5 + 100 + 28 \cdot 3) : 28$ $(4 \cdot 25 + 80 \cdot 1,5 + 100 + 28 \cdot 3) : 28$ $(4 \cdot 25 + 80 \cdot 1,5 + 100) : 28 + 3$ Diskussion: Wie kommen die Unterschiede in den Termen zustande? Welche Terme sind richtig? - Unterschiedliche Zahlen wegen unterschiedlicher Annahmen - Unterschiedliche Termstrukturen wegen unterschiedlicher Rechenwege L: <i>Warum sind verschiedene Rechenwege erlaubt?</i> SuS z.B.: <i>„Die unterschiedlichen Terme sind äquivalent, können durch Umformungen ineinander umgeformt werden.“</i>	Tafel
3. Erarbeitung 2 PA 10 Min.	SuS bearbeiten das Arbeitsblatt 2 L lobt und beobachtet, aber berät zurückhaltend.	Arbeitsblatt 2
4. Ergebnis 2 FEU 5 Min.	Besprechung des Arbeitsblattes 2 Wie sieht der Term für eine x-beliebige Personenanzahl aus? L: <i>Warum sind Terme eigentlich so cool?</i> - Berechnung mit einem einzelnen Ausdruck - Kurze mathematische Beschreibung von vielen Situationen - Bei veränderten Situationen ändern sich einfach die Zahlen, die Termstruktur bleibt gleich (hierfür kann auch der Begriff Variable eingeführt werden).	
5. Erarbeitung 3 EA / PA 12 Min.	SuS bearbeiten das Arbeitsblatt 3 und kontrollieren anhand ausgehängter Lösungen. L lobt und beobachtet, aber berät zurückhaltend.	Arbeitsblatt 3 Ausgehängte Lösungen

6. Ergebnis 3 FEU 3 Min.	Besprechung einiger Aspekte des Arbeitsblattes 3: <i>Wofür steht x? Was beschreibt der Term?</i> Ggfs. Besprechung der Zusatzaufgaben des Arbeitsblattes 3.	
7. optional: Vertiefung EA / PA	Intensivere Bearbeitung der Arbeitsblätter 2 und 3 Bearbeitung des Arbeitsblattes 5 L lobt und beobachtet, aber berät zurückhaltend.	Arbeitsblätter 2 und 3 Arbeitsblatt 5
8. Reflexion und Abschluss EA / PA 3 Min.	L: <i>Stellt euch vor, ein Freund fragt euch mit einer SMS, warum Terme und Variablen so cool sind.</i> SuS schreiben eine Antwort-SMS.	Arbeitsblatt 4