Teilbarkeitsregeln, Vielfache, Primzahlen, ggT und kgV – Theorie

Eine Zahl b ist Teiler einer Zahl a , wenn bei der Division a : b kein Rest bleibt.

– 12 : 6 = 2 → 6 ist Teiler von 12, mathematisch: $6 \mid 12$

15 : 4 = 3, Rest 3 → 4 ist *kein* Teiler von 15, mathematisch: $4 \nmid 15$

Ob eine Zahl Teiler einer anderen Zahl ist, lässt sich mithilfe bestimmter Regeln feststellen. Die folgende Tabelle enthält die wichtigsten dieser Teilbarkeitsregeln. Dazu müssen wir noch den Begriff der Quersumme erläutern.

Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.

– Quersumme von 74 382 = 7 + 4 + 3 + 8 + 2 = 24.

Teiler b	*Bedingung für die Teilbarkeit von a*	*Beispiel*
2	Die Endziffer von a ist gerade, also 0, 2, 4, 6 oder 8.	$2 \mid 25\,798$, da $2 \mid 8$
3	Die Quersumme von a ist durch 3 teilbar.	$3 \mid 615\,042$, da $3 \mid 18$
4	Die letzten beiden Ziffern von a sind durch 4 teilbar.	$4 \mid 98\,368$, da $4 \mid 68$
5	a endet auf 0 oder 5.	$5 \mid 2375$, $5 \mid 680$
6	a ist durch 2 und durch 3 teilbar.	$6 \mid 972$, da $2 \mid 972$ und $3 \mid 972$
8	Die letzten drei Ziffern von a sind durch 8 teilbar.	$8 \mid 38\,152$, da $8 \mid 152$
9	Die Quersumme von a ist durch 9 teilbar.	$9 \mid 64\,368$, da $9 \mid 27$
10	a endet auf 0.	$10 \mid 213\,670$

Darüber hinaus ist *jede* Zahl auch durch 1 und durch sich selbst teilbar.

Alle Teiler einer Zahl bilden die Teilermenge.

– $T_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ → Teilermenge von 18

Eine Primzahl ist eine natürliche Zahl größer als 1, die *nur* durch 1 und sich selbst teilbar ist.

– $T_{13} = \{1, 13\}$ → 13 ist eine Primzahl.

Die Zahlen, die sich durch Multiplikation von a mit 1, 2, 3, … ergeben, heißen Vielfache von a. Die Vielfachmenge einer jeden Zahl ist unendlich groß.

– $V_8 = \{8, 16, 24, 32, \ldots\}$

Die Abkürzung ggT steht für größter gemeinsamer Teiler.

– $T_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ $T_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ → ggT(12, 18) = 6

Das kleinste gemeinsame Vielfache wird mit kgV abgekürzt.

– $V_3 = \{3, 6, 9, 12, 15, \ldots\}$ $V_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, \ldots\}$ → kgV(3, 4) = 12